**FINANČNÁ MATEMATIKA**

1. **Jednoduché úrokovanie**

Vložíme 5 000€ do banky (tzv. istina) s úrokovou mierou 4% p.a. (per annum = za rok). Po roku získame zisk z vkladu (tzv. úrok) v hodnote 5000.0,04 = 200 €, po roku v banke teda máme spolu istina + úrok = 5000 + 200 = 5 000 + 5 000.0,04 = 5 000.(1+0,04) = 5 000.1,04 = 5 200€.

**Po jednorazovom vklade V máme pri úrokovej miere p % na účte sumu**

**s = V.(1+p/100)**

1. Vypočítajte výšku úrokov za jeden rok zo sumy 150€ pri úrokovej miere 1,07%.
2. Na akú sumu vzrastie po jednom roku suma 1900 € pri úrokovej miere 0,25€?
3. Pán Novák vložil do banky sumu 13 500€. Po jednom roku mal po pripísaní úrokov na účte sumu 13 891,50€. Aká bola úroková miera banky?
4. Aká bola výška vkladu pri úrokovej miere 3,75% p.a. ak úrok za jeden rok bol 25€.
5. Aká bola výška vkladu, ak pri úrokovej miere 5% sme mali na účte pop pripísaní úrokov sumu 12 600€?

**Ak sú úroky zdaňované napr. 19% daňou, tak miesto p% získame iba 0,81.p % úrok.**

1. Pani Svetlá si 1. januára 2001 založila vkladnú knižku a vložila na ňu 13 500 korún na jeden rok. Úroková miera bola 6,85% p.a. Podľa vtedy platného zákona boli úroky z vkladných knižiek zdanené 15-percentnou daňou. Vypočítajte, akú čiastku pripísala banka na účet na konci roka po zdanení úrokov.
2. Vypočítajte čistý výnos v percentách pri úrokovej miere 7 % pa.a. a sadzbe dane 15 %.
3. Rozhodnite, čo je výhodnejšie: úroková miera 5 % p.a. a sadzba dane 15 %, alebo úroková miera 6,5 % p.a. a sadzba dane 20 %.

**Ak sa pripisujú úroky po dobe kratšej ako rok, úrok je potom pomerná časť z celoročného úroku (po 6 mesiacoch = polovica z celoročného úroku, po 1 mesiaci = dvanástina z celoročného úroku,... )**

1. Do banky sme vložili 4 000€, úroková miera banky je 1,50 % p.a. Celú sumu aj s úrokmi chceme vybrať po deviatich mesiacoch. Aká by malabyť výška úrokov za toto obdobie?
2. Veriteľ požičal dlžníkovi sumu 30 000€ s tým, že mu o dva mesiace dlžník vráti 31 000€. Aká je ročná úroková miera tejto pôžičky?
3. Pán Adam si požičal 25 000 € s tým, že po polroku vráti 29 500€. Pán Boris si požičal 24 000 € s tým, že o päť mesiacov vráti 27 650€. Kto si požičal výhodnejšie?
4. **Zložené úrokovanie**

Pr. úroková miera: 5%, jednorazový vklad 1000€, koľko bude na účte po 10 rokoch?

01.01.2001 vložíme: 1000 €

31.12.2001 zúročené máme na účte po prvom roku

a1 = 1000.1,05

31.12.2002 po druhom roku zúročíme sumu a1, na účte bude

a2 = 1000.1,05 .1,05 = 1000.1,052

31.12.2003 po treťom roku zúročíme sumu a2, na účte bude

a3 = 1000.1,05 .1,05 .1,05 = 1000.1,053

... po 10 rokoch a10 = 1000.1,0510

po n rokoch teda bude na účte suma an, je to n-tý člen geometrickej postupnosti s prvým členom=zúročený vklad po prvom roku, pri p% úrokovej miere je kvocient q = (1+p/100)

an=

1. Koľko € budeme mať na účte po 15 rokoch, ak banka sľubuje 5 % ročnú úrokovú mieru a na účet sme vložili 1 000€?
2. Akú sumu získam na úrokoch, ak na účet s ročnou úrokovou mierou (p.a.) 3,6 % uložím 2 500 eur na 10 rokov ?
3. Akú sumu musím vložiť do banky, ak chcem mať o desať rokov na účte 30 000€ a predpokladám, že po celú dobu bude úroková miera 2,99 % ?
4. Akú sumu musí pán Novák uložiť, aby pri ročnom úroku 8 % mal po piatich rokoch 2500 eur (spolu vklad aj úroky)?
5. Istá investičná spoločnosť sľubuje klientom, že ak investujú 5 000 eur, zhodnotí ich vklad ročne o 10 % a po niekoľkých rokoch im vráti 7 320,50 eur. Koľko rokov budú peniaze klientov viazané?
6. Aká musí byť úroková miera p.a., aby sme po vklade 500 eur, mali po 2 rokoch na účte 627,20€?
7. Za koľko rokov sa suma na účte zdvojnásobí, ak počas celého obdobia bude p.a. 6 % ?

Pri častejšom pripisovaní úrokov

* štvrťročne, po štyroch štvrťrokoch bude na účte: V.(1+ 1/4. p/100)4
* mesačne, po 12 mesiacoch bude na účte: V.(1+ 1/12. p/100)12

(tzn. nová úroková miera je p/m kde m je počet pripisovania úrokov za rok, označujeme ju p.q.=štvrťročné úrokové obdobie, p.m.=mesačné úrokové obdobie, p.s.=polročné úrokové obdobie)

1. Zistite, ktorý z úrokov 6 % p.a. (pripísanie úrokov raz za rok) alebo 0,5 % p.m. (pripísanie úrokov raz za mesiac, tzn. 12 krát za rok) je pre klienta výhodnejší, ak je ním úročený vklad x €.
2. Vypočítajte aká by musela byť ročná úroková miera, aby sme zhodnotili vklad rovnako ako pri polročnom úročení s úrokom 10 % p.a.
3. Vypočítajte úrokovú mieru p.a. ktorá po štvrťročnom pripisovaní úrokov prinesie rovnaké zúročenie vkladu ako úrok 12% p.a.
4. Pravidelné vkladanie (sporenie)

Pr. úroková miera: 5%, pravidelný ročný vklad 1000€, koľko bude na účte po 10 rokoch?

01.01.2001 vložíme: 1000 €

31.12.2001 zúročené máme na účte po prvom roku s1 = 1000.1,05

01.01.2002 priložíme k s1 + 1000 €

31.12.2002 a zúročíme s2 = (1000.1,05 + 1000).1,05 =

1000.1,052+1000.1,05

01.01.2003 priložíme k s2 + 1000 €

31.12.2003 a zúročíme s3 = (1000.1,052 + 1000.1,05+1000).1,05 =

1000.1,053+1000.1,052 + 1000.1,05

01.01.2004 priložíme k s3 + 1000 €

31.12.2004 a zúročíme s4 = (1000.1,053 + 1000.1,052+1000.1,05+1000).1,05 =

1000.1,054+1000.1,053+1000.1,052 + 1000.1,05

... po 10 rokoch s10 = 1000.1,0510+1000.1,059+....+1000.1,05

čo je vlastne súčet prvých 10 členov GP {1000.1,05; 1000.1,052; …; 1000.1,0510}

s prvým členom a1= 1000.1,05 (po prvok úročení počiatočného vkladu), q=1,05,

po n rokoch teda bude na účte suma sn, kde a1 je prvýkrát zúročený vklad, pri p% úrokovej miere je kvocient q = (1+p/100)

sn=

1. Koľko budeme mať na sporiacom účte po 50 rokoch sporenia, ak banka ponúka fixnú úrokovú mieru 3 %, a plánujeme vkladať 1200€ ročne?
2. Fajčiar prefajčí ročne približne 900€, koľko by ušetril po 10 rokoch, ak by túto sumu ukladal na vkladnú knižku s 4% úrokovaním, pričom daň z úrokov je 19% (každoročne sa platí daň z úrokov, v súčasnosti je to 19 % a preto, ak banka ponúka ročný úrok p % , vklady úročí v skutočnosti iba úrokom 0,81.p % ).
3. Mladí ľudia spravidla na dôchodok nemyslia, ale predstavte si, že od tohto roku uložíte každoročne 600 eur na účet s priemerným p.a. 3 % (už po zdanení). Približne akú sumu budete mať na účte po 40 rokoch? Akú kúpnu hodnotu bude mať táto suma, ak budeme   
   počítať s priemernou ročnou infláciou 2 %?
4. Akú sumu musí pán Novák každoročne vkladať, aby pri ročnej úrokovej miere 8 % (už po zdanení) mal po patich rokoch na účte 2500€?
5. Darina si chce našetriť za desať rokov 100 000€. Predpokladá, že za celý tento čas bude ročná úroková miera 2,00% p.a. (už po zdanení) a ona na začiatku každého roka vloží do banky tú istú sumu peňazí. Aká suma to musí byť?
6. Akú sumu musím každoročne vkladať na účet s p.a. 4 % (daň z úrokov bude 20%), ak chcem za 10 rokov nasporiť spolu aspoň 30 000 eur?
7. Pravidelné vyberanie (splácanie dlhov)

Pr. úroková miera: 5%, jednorazový vklad 100 000€, koľko ostane na účte po 10 rokoch, pri pravidelnom vyberaní sumy 12 000 € na konci každého roka?

01.01.2001 vložíme: 100 000 €

31.12.2001 zúročené máme na účte po prvom roku a následnom prvom výbere

s1 = 100 000.1,05 – 12 000 €

31.12.2002 zúročíme s1 a následne prevedieme druhý výber

s2 = (100 000.1,05 – 12 000).1,05 – 12 000 € =

100 000.1,052 – 12 000.1,05 – 12 000 €

31.12.2003 zúročíme s2 a následne prevedieme tretí výber

s3 = (1000.1,052 – 12 000.1,05 – 12 000).1,05 – 12 000 =

100 000.1,053–12 000.1,052 – 12 000.1,05 – 12 000

31.12.2004 zúročíme s3 a následne prevedieme štvrtý výber

s4 = (100 000.1,053–12 000.1,052 – 12 000.1,05 – 12 000).1,05 – 12 000 =

100 000.1,054–12 000.1,053 – 12 000.1,052– 12 000.1,05 – 12 000

... po 10 tom výbere s10 = 100 000.1,0510–12 000.1,059 –12 000.1,058.... – 12 000 =

100 000.1,0510–12 000.(1,059 + 1,058 +...+ 1,05 + 1) =

100 000.1,0510–12 000.

v zátvorke je vlastne súčet prvých 10 členov GP {1; 1,05; 1,052; …; 1,059}

s prvým členom a1= 1 a kvocientom q=1,05

po n výberoch teda bude na účte suma sn, kde V je jednorazový vklad, pri p% úrokovej miere je kvocient q = (1+p/100), S je suma, ktorú pravidelne vyberáme

sn=

1. Manželka pána Šťastného vyhrala v lotérii 100 000 €, celú sumu vložila do banky na účet s garantovanou úrokovou mierou 3% p.a. Koľko jej ostane na účte po 20 rokoch, ak z neho na konci každého roka vyberie sumu a) 5 000€? b) 6 000€ c) 7 000€
2. Pán Mladučký si požičal na nové auto 10 000 eur. Pôžičku musí splácať na konci každého roku, ročný úrok je 8 %. Vypočítajte koľko mu z dlhu ostane po 3 splátkach vo výške 2 500 €.
3. Akú sumu musí pán Novák každoročne splatiť, aby pri ročnom úroku 8 % splatil do piatich rokoch pôžičku 2500 eur ? (tzn. po splatení pôžičky ostane dlžoba = 0€)
4. Aká je najmenšia suma, ktorú treba vložiť jednorazovo na účet, aby z neho bolo možné počas desiatich rokov vždy na konci roka po pripísaní úrokov vyberať sumu 13 000€? Úroková miera je po celý čas 2 % p.a.
5. Požičala som si 30 000 eur, ktoré musím splatiť do 10 rokov. Aká musí byť minimálna ročná splátka, ak úrok je 6 % ročne ?
6. Na účet sme jednorazovo vložili 150 000€. Aká je najväčšia možná suma, ktorú môžeme z tohoto účtu vyberať na konci každého roku počas desiatich rokov? Úroková miera po celý čas je 2% p.a?
7. Rodinka Úžasných vyhrala 100 000 €. Výhru uložili na účet s úrokom 9 % ročne (nezabudnite na daň z úrokov – 19 % ročne). Koľko peňazí môžu ročne vyberať, ak chcú aby im vystačili na 30 rokov?